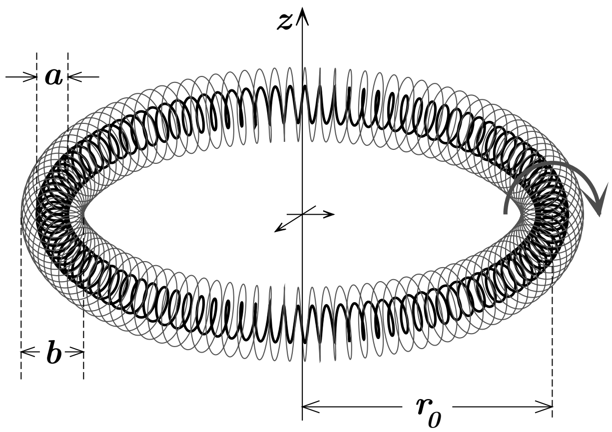
UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

FS2212 – 2^{do} Parcial (100/3)
Lunes, 13 de Noviembre de 2017

Nombre ______________________________ Carnet ______________

1. [20 *pts.*] La figura muestra un dispositivo que consta de dos solenoides toroidales coaxiales. El eje principal (circular) de ambos solenoides tiene radio $\boldsymbol{r_0}$. La sección transversal del solenoide interno tiene diámetro $\boldsymbol{a}$, la del externo, diámetro $\boldsymbol{b}$. El solenoide interno tiene $\boldsymbol{N_a}$ vueltas, el externo, $\boldsymbol{N_b}$. La flecha de la figura indica el sentido en que circulan las corrientes respectivas, $\boldsymbol{I_a}$ e $\boldsymbol{I_b}$, a lo largo de los solenoides $(\boldsymbol{I_a \neq I_b})$.

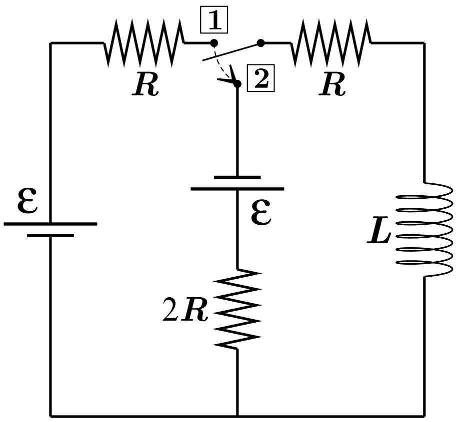


(a) [10 *pts.*] Determine las magnitudes $\boldsymbol{B_a}$ y $\boldsymbol{B_b}$ de los campos magnéticos que generan las corrientes por los solenoides, respectivamente, a lo largo del eje principal circular ($r = r_0$).

Para el resto del problema, suponga que estas magnitudes calculadas son **uniformes** *adentro de cada solenoide.*

(b) [10 *pts.*] Determine los flujos magnéticos respectivos $\boldsymbol{\Phi_a}$ y $\boldsymbol{\Phi_b}$. A partir de ambas expresiones, determine los valores de las autoinductancias $\boldsymbol{L_a}$ y $\boldsymbol{L_b}$, respectivamente, y de la inductancia mutua $\boldsymbol{M_{ab} = M_{ba} \equiv M}$.

2. [30 *pts.*] En el circuito LR de la figura, el interruptor ha estado conectado mucho tiempo a la posición $\boxed{1}$. En el instante $\boldsymbol{t=0}$, se desconecta y se pasa a la posición $\boxed{2}$. Las baterías DC tienen ambas el mismo voltaje $\boldsymbol{\mathcal{E}}$, con sus polaridades invertidas entre sí, como indica la figura. La inductancia vale $\boldsymbol{L}$ y las resistencias tienen los valores mostrados en la figura.

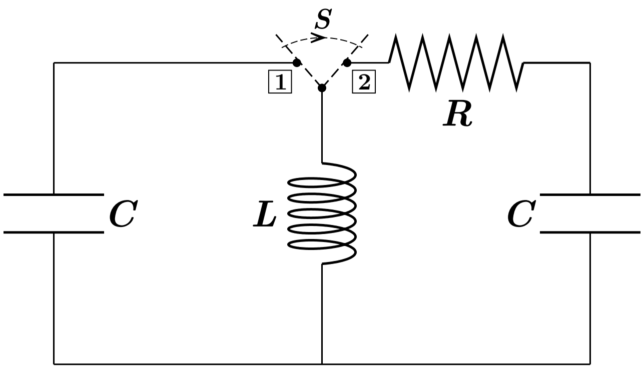


(a) [10 *pts.*] Determine la corriente a través del inductor justo antes, y el voltaje en la resistencia $\boldsymbol{2R}$ mucho tiempo después, de pasar el interruptor a la posición $\boxed{2}$. Tenga cuidado de representar las direcciones respectivas de las corrientes (inicial $\boldsymbol{I_0}$ y asintótica $\boldsymbol{I_\infty}$) por el inductor, con flechas $(\uparrow)$, $(\downarrow)$ y de asignarles los signos correspondientes.

(b) [10 *pts.*] Escriba la expresión para la corriente por el inductor como función del tiempo, $\boldsymbol{I_L(t)}$, y haga un gráfico de la misma para todo $\boldsymbol{t>0}$. Determine el instante $\boldsymbol{t_0}$ en el cual la corriente a través del inductor invierte su sentido. La constante de tiempo para el circuito LR, con el interruptor conectado a la posición $\boxed{2}$, es $\boldsymbol{\tau = L/3R}$.

(c) [10 *pts.*] Determine el instante (o los instantes) para el cual (o los cuales) el inductor almacena la cuarta parte $\boldsymbol{(1/4)}$ de su valor máximo. Calcule la potencia disipada por la resistencia $\boldsymbol{2R}$ en cualquiera de esos instantes, $\boldsymbol{\mathcal{P}_{2R}}$.

3. [30 *pts.*] El interruptor $\boldsymbol{S}$ de la figura conecta en la posición $\boxed{\mathbf{1}}$ al inductor con el capacitor de la izquierda el cual, acumulaba una energía $\boldsymbol{U}$ con polaridad positiva $(\uparrow)$ cuando el circuito estaba abierto. En el instante en el cual el inductor almacena energía $\boldsymbol{U_L = 3U/4}$, por <u>cuarta vez</u> desde el comienzo de las oscilaciones LC, se pasa el interruptor súbitamente a la posición $\boxed{\mathbf{2}}$. Este será el instante inicial $\boldsymbol{t = 0}$ para el circuito LRC de la derecha, cuyo capacitor $\boldsymbol{C}$ estaba <u>descargado</u> antes de conectar el circuito. Ambas capacitancias tienen el mismo valor $\boldsymbol{C}$, la resitencia es $\boldsymbol{R}$, y la inductancia vale $\boldsymbol{L}$.



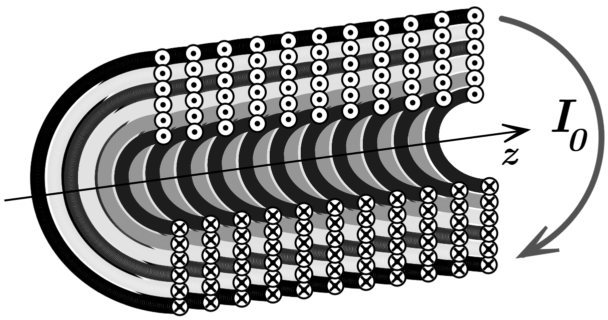
(a) [10 *pts.*] Escriba la expresión para la energía total $\boldsymbol{U}$ del circuito $\boxed{\mathbf{1}}$, y haga el gráfico correspondiente $\boldsymbol{I}$ vs $\boldsymbol{\omega_0 Q}$ para esta ecuación. Indique, en el mismo, el estado inicial y <u>todos</u> los estados correspondientes a $\boldsymbol{U_L = 3U/4}$. Indique en cada cuadrante la dirección de la corriente con la flecha correspondiente, $(\uparrow)$ o $(\downarrow)$, y deduzca el instante en que $\boldsymbol{U_L = 3U/4}$ por cuarta vez.

(b) [10 *pts.*] La corriente que pasa por del inductor en el instante calculado en **(a)** es el valor inicial $(\boldsymbol{t = 0})$ para el circuito LRC. Sabiendo que la carga inicial del capacitor de la derecha es $\boldsymbol{Q_0 = 0}$, determine la amplitud $\boldsymbol{A}$ y la fase inicial $\boldsymbol{\phi_0}$ de las oscilaciones amortiguadas, $\boldsymbol{Q(t) = A\, e^{-t/2\tau} \cos(\omega_d t + \phi_0)}$. Grafique la función resultante, e identifique el instante $\boldsymbol{t_1^{max}}$ en el cual la carga del capacitor alcanza su primer máximo local.

Sólo para esta parte, utilice los valores numéricos *que se dan a continuación.*

(c) [10 *pts.*] Ambas capacitancias tienen el valor $\boldsymbol{C = 10^{-5}\,[F]}$, la resitencia es $\boldsymbol{R = 10^{3}\,[\Omega]}$, y la inductancia vale $\boldsymbol{L = 10^{-2}\,[H]}$. Calcule el valor numérico de las frecuencias $\boldsymbol{\omega_0}$ y $\boldsymbol{\omega_d}$, y del instante $\boldsymbol{t_1^{max}}$ calculado en **(b)**.

4. [30 *pts.*] La figura muestra el corte diametral y longitudinal del fragmento de un solenoide recto de longitud $\boldsymbol{\ell}$ y $\boldsymbol{M}$ capas. Cada capa consta de $\boldsymbol{N}$ vueltas, y a través de cada vuelta circula una corriente $\boldsymbol{I_0}$ en el sentido circular que se indica en la figura. El radio de la capa interna es $\boldsymbol{a}$ y el de la capa externa, $\boldsymbol{b = 4a}$.



(a) [10 *pts.*] Determine la corriente total que atraviesa la sección longitudinal de este solenoide múltiple, y deduzca la expresión para la densidad de corriente $\vec{\boldsymbol{J}}_{\boldsymbol{0}}$, cuya dirección circular se representa en la figura por los símbolos $\odot$ y $\otimes$.

(b) [10 *pts.*] Determine el campo magnético $\vec{\boldsymbol{B}}$ en todas las regiones, y escriba la expresión para la densidad de energía $\boldsymbol{\mathcal{U}_B}$ en función de la distancia $\underline{\boldsymbol{s}}$ al eje principal $(\boldsymbol{z})$.

(c) [10 *pts.*] Calcule la energía magnética total $\boldsymbol{U_B}$ almacenada y deduzca, a partir del resultado, el valor de la autoinductancia $\boldsymbol{L}$ del dispositivo.